



МАТЕМАТИКА

ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

7—9

классы

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

МЕТОДИЧЕСКОЕ
ПОСОБИЕ



к предметной линии учебников
по вероятности и статистике
И. Р. Высоцкого, И. В. Ященко
под редакцией И. В. Ященко

МАТЕМАТИКА

ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА

7—9

классы

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

к предметной линии учебников по вероятности
и статистике И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко
под редакцией И. В. Яценко

2-е издание, стереотипное

Москва
«Просвещение»
2023

УДК 373.5.016:519.2
ББК 74.262.21
М34

М34 **Математика. Вероятность и статистика : 7—9-е классы : базовый уровень : методическое пособие к предметной линии учебников по вероятности и статистике И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко под ред. И. В. Яценко. — 2-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2023. — 38 с.**

ISBN 978-5-09-108881-6.

Пособие предназначено для учителей, которые преподают вероятность и статистику в 7—9 классах по учебнику «Математика. Вероятность и статистика. 7—9 классы» И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко. В книге раскрываются содержательные и методические особенности курса теории вероятностей и статистики для 7—9 классов, приводятся общие методические рекомендации. Также в неё включена примерная рабочая программа по учебному предмету «Математика» для 7—9 классов и планирование изучения учебного курса.

УДК 373.5.016:519.2
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-09-108881-6

© АО «Издательство «Просвещение», 2022
© Художественное оформление.
АО «Издательство «Просвещение», 2022
Все права защищены

ПРЕДИСЛОВИЕ

Математика является одним из опорных предметов основной школы. Она обеспечивает успешное изучение других школьных дисциплин: физики, химии, информатики и т. д. Математические знания, умения и навыки необходимы для подготовки школьников к жизни. Уроки математики приучают к продолжительной умственной деятельности. Учащиеся получают представление о математических моделях; овладевают математическими рассуждениями; учатся применять математические знания при решении различных задач и оценивать полученные результаты; овладевают умениями решения учебных задач; развивают математическую интуицию.

В современном цифровом мире вероятность и статистика приобретают всё большую значимость, как с точки зрения практических приложений, так и их роли в образовании, необходимом каждому человеку. Возрастает число профессий, при овладении которыми требуется хорошая базовая подготовка в области вероятности и статистики, такая подготовка важна для продолжения образования и для успешной профессиональной карьеры. Каждый человек постоянно принимает решения на основе имеющихся у него данных. А для обоснованного принятия решения в условиях недостатка или избытка информации необходимо, в том числе, хорошо сформированное вероятностное и статистическое мышление.

В содержание среднего образования России вносятся существенные изменения, в частности, в программу по математике основной школы включены теория вероятностей и элементы статистики. Это признание обществом необходимости формирования современного мировоззрения, для которого одинаково важны представления и о жёстких связях, и о случайном. Без знания понятий и методов теории вероятностей и статистики невозможна организация эффективного конкурентоспособного производства, внедрение новых лекарств и методов лечения в медицине, обеспечение страховой защиты граждан от непредвиденных обстоятельств, проведение обоснованной социальной политики.

Введение в школьную программу элементов теории вероятностей, статистики и комбинаторики началось с 2004 г. В 2013 году принята Концепция развития математического образования, где теория вероятностей прямо определяется как перспективное направление. Последние годы международные исследования математической и функциональной грамотности школьников содержат всё больше заданий на представление данных, оценку правдоподобности гипотез и вероятностей событий. Поэтому Приказом Министерства просвещения Российской Федерации №287 от 31.05.2021 г. утверждён новый ФГОС, в котором учебный предмет «Математика» в 7—9 классах разделён на три учебных курса: «Алгебра», «Геометрия» и «Вероятность и статистика».

В учебно-методический комплект «Вероятность и статистика» для 7 — 9 классов Высоцкого И. Р., Яценко И. В. входят:

- ✓ программа;
- ✓ учебник «Математика. Вероятность и статистика. 7—9 классы» в бумажной и электронной формах;
- ✓ методическое пособие для учителя.

Введение элементов комбинаторики и теории вероятностей, статистики поможет учащимся осознать, что многие законы природы и общества имеют вероятностный характер, что много реальных явлений и процессов описываются вероятностными моделями.

ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

В настоящее время остро встала необходимость сформировать у обучающихся функциональную грамотность, включающую в себя в качестве неотъемлемой составляющей умение воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных процессов и зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты.

Знакомство с основными принципами сбора, анализа и представления данных из различных сфер жизни общества и государства приобщает обучающихся к общественным интересам. Изучение основ комбинаторики развивает навыки организации перебора и подсчёта числа вариантов, в том числе, в прикладных задачах. Знакомство с основами теории графов создаёт математический фундамент для формирования компетенций в области информатики и цифровых технологий.

Помимо этого, при изучении статистики и вероятности обогащаются представления учащихся о современной картине мира и методах его исследования, формируется понимание роли статистики как источника социально значимой информации, и закладываются основы вероятностного мышления. Целью изучения случайных величин является формирование представления о законе больших чисел, о его роли в природе и обществе.

ОСНОВНЫЕ ЛИНИИ КУРСА

В соответствии с поставленными целями в структуре программы учебного курса «Вероятность и статистика» основной школы выделены следующие содержательно-методические линии: «Представление данных и описательная статистика»; «Вероятность»; «Элементы комбинаторики»; «Введение в теорию графов».

Содержание линии «Представление данных и описательная статистика» служит основой для формирования навыков работы с информацией: от чтения и интерпретации информации, представленной в таблицах, на диаграммах и графиках до сбора, представления и анализа данных с использованием статистических характеристик средних и рассеивания. Работая с данными, обучающиеся учатся считывать и интерпретировать данные, выдвигать, аргументировать и критиковать простейшие гипотезы, размышлять над факторами, вызывающими изменчивость, и оценивать их влияние на рассматриваемые величины и процессы.

Интуитивное представление о случайной изменчивости, исследование закономерностей и тенденций становится мотивирующей основой для изучения теории вероятностей. Большое значение здесь имеют практические задания, в частности опыты с классическими вероятностными моделями.

Понятие вероятности вводится как мера правдоподобия случайного события. При изучении курса обучающиеся знакомятся с простейшими методами вычисления вероятностей в случайных экспериментах с равновероятными элементарными исходами, вероятностными законами, позволяющими ставить и решать более сложные задачи. В курс входят начальные представления о случайных величинах и их числовых характеристиках.

Также в рамках этого курса осуществляется знакомство обучающихся с множествами и основными операциями над множествами, рассматриваются примеры применения их для решения задач, а также использования в других математических курсах и учебных предметах.

МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

В 7—9 классах изучается курс «Вероятность и статистика», в который входят разделы: «Представление данных и описательная статистика»; «Вероятность»; «Элементы комбинаторики»; «Введение в теорию графов».

На изучение данного курса согласно учебному плану отводится 1 учебный час в неделю в течение каждого года обучения, т. е. не менее 34 учебных часов в учебном году. Всего за три года обучения не менее 102 часов.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

7 класс

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Заполнение таблиц, чтение и построение диаграмм (столбиковых (столбчатых) и круговых). Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных.

Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения набора числовых данных. Примеры случайной изменчивости.

Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей.

Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Представление о связности графа. Цепи и циклы. Пути в графах. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов.

8 класс

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков.

Множество, элемент множества, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Использование графического представления множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач.

Измерение рассеивания данных. Дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов. Диаграмма рассеивания.

Элементарные события случайного опыта. Случайные события. Вероятности событий. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор. Связь между маловероятными и практически достоверными событиями в природе, обществе и науке.

Дерево. Свойства деревьев: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер. Правило умножения. Решение задач с помощью графов.

Противоположные события. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий. Несовместные события. Формула сложения вероятностей. Условная вероятность. Правило умножения. Независимые события. Представление эксперимента в виде дерева. Решение задач на нахождение вероятностей с помощью дерева случайного эксперимента, диаграмм Эйлера.

9 класс

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков, интерпретация данных. Чтение и построение таблиц, диаграмм, графиков по реальным данным.

Перестановки и факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. Решение задач с использованием комбинаторики.

Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка и из дуги окружности. Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Случайная величина и распределение вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины «число успехов в серии испытаний Бернулли».

Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот. Роль и значение закона больших чисел в природе и обществе.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА»

Освоение учебного предмета «Математика» обеспечивает достижение на уровне основного общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов:

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

Патриотическое воспитание:

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах.

Гражданское и духовно-нравственное воспитание:

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.); готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного.

Трудовое воспитание:

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений; осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей.

Эстетическое воспитание:

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений; умению видеть математические закономерности в искусстве.

Ценности научного познания:

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; овладением простейшими навыками исследовательской деятельности.

Физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека.

Экологическое воспитание:

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды; осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения.

Личностные результаты, обеспечивающие адаптацию обучающегося к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других; необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее не известных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие; способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением *универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями и универсальными регулятивными действиями.*

1) Универсальные познавательные действия обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные рассуждения;

- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение; проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
- выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
- оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

2) *Универсальные коммуникативные действия обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.*

Общение:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и др.); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) Универсальные **регулятивные** действия обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.

Самоорганизация:

- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Предметные результаты освоения Примерной рабочей программы по математике представлены по годам обучения в следующих разделах программы в рамках отдельных курсов: в 5—6 классах — курса «Математика», в 7—9 классах — курсов «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика».

Развитие логических представлений и навыков логического мышления осуществляется на протяжении всех лет обучения в основной школе в рамках всех названных курсов. Предполагается, что выпускник основной школы сможет строить высказывания и отрицания высказываний, распознавать истинные и ложные высказывания, приводить примеры и контрпримеры, овладеет понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство — и научится использовать их при выполнении учебных и внеучебных задач.

Предметные результаты освоения курса «Вероятность и статистика» в 7—9 классах характеризуются следующими умениями.

7 класс

- Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах; представлять данные в виде таблиц, строить диаграммы (столбиковые (столбчатые) и круговые) по массивам значений.
- Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.
- Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах.
- Иметь представление о случайной изменчивости на примерах цен, физических величин, антропометрических данных; иметь представление о статистической устойчивости.

8 класс

- Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.
- Описывать данные с помощью статистических показателей: средних значений и мер рассеивания (размах, дисперсия и стандартное отклонение).

- Находить частоты числовых значений и частоты событий, в том числе по результатам измерений и наблюдений.
- Находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями.
- Использовать графические модели: дерево случайного эксперимента, диаграммы Эйлера, числовая прямая.
- Оперировать понятиями: множество, подмножество; выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение; перечислять элементы множеств; применять свойства множеств.
- Использовать графическое представление множеств и связей между ними для описания процессов и явлений, в том числе при решении задач из других учебных предметов и курсов.

9 класс

- Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в различных источниках в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.
- Решать задачи организованным перебором вариантов, а также с использованием комбинаторных правил и методов.
- Использовать описательные характеристики для массивов числовых данных, в том числе средние значения и меры рассеивания.
- Находить частоты значений и частоты события, в том числе пользуясь результатами проведённых измерений и наблюдений.
- Находить вероятности случайных событий в изученных опытах, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, в сериях испытаний до первого успеха, в сериях испытаний Бернулли. Иметь представление о случайной величине, и о распределении вероятностей.
- Иметь представление о законе больших чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости и о роли закона больших чисел в природе и обществе.

ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» 7 — 9 КЛАССОВ

Говоря о преподавании статистики и теории вероятностей в основной школе, приходится учитывать уровень математической культуры школьников и то, насколько они готовы к восприятию абстрактных понятий. Однако, на наш взгляд, это не является препятствием к изучению статистики и теории вероятностей, а лишь накладывает довольно жесткие требования на форму преподнесения материала.

Одной из главных задач должно быть формирование общих представлений о случайной изменчивости, о случайности, вероятности, об их месте в окружающем мире, а не закрепление навыков манипулирования с числами, формулами и понятиями. Если у ребенка не создать первичные наглядные представления о случайности и изменчивости, то невозможно в дальнейшем их формализовать в ходе изучения теории вероятностей — она останется в памяти как набор непонятных, ни о чём не говорящих символов.

Был разработан общий подход к преподаванию статистики и теории вероятностей в школе.

- Дать цельное на начальном уровне представление о теории вероятностей и статистике и их взаимосвязи.
- Подчеркнуть связь математики с окружающим миром, как на этапе введения математических понятий, так и в ходе использования полученных результатов.

- Избегать математического формализма там, где это только возможно.
- Избегать классических примеров и задач, утративших актуальность для общества, в том числе задач, родившихся из азартных игр.
- Сопровождать рассказ яркими, доступными и запоминающимися примерами для формирования интереса учащихся и лучшего усвоения материала.

Принципы построения учебного курса следующие.

- ✓ Первичность статистики. В основе — наблюдение над случайной изменчивостью и закономерностями в случайном.
- ✓ Некомбинаторный подход. Теория вероятностей выступает как математическое описание случайности, а сама вероятность — как мера правдоподобия событий.
- ✓ Практическая направленность и ясное школьное содержание. Предусмотрено умение разумно представлять, описывать и использовать данные.
- ✓ Понимание закона больших чисел как фундаментального закона природы, имеющего математическое выражение.

Эти принципы нашли свое отражение в данном учебнике «Вероятность и статистика». Уроки по вероятности и статистике в седьмом или восьмом классе дают возможность учителю вернуться к изучению важных объектов — процентов и долей. Ведь что есть вероятность, как не доля достоверности? Причём вернуться не на формальном материале учебника математики, а содержательно. Точно так же уроки статистики позволяют предметно и понятно иллюстрировать смысл функциональной зависимости, смысл возрастания, убывания, идею линейной связи. Тогда изучение свойств функций в 7-м и 8-м классах превращается в изучение моделей, смысл которых уже известен и понятен благодаря урокам статистики.

Уроки статистики и вероятности предоставляют учителю широкие возможности использования коллективной работы в группах. Ведь любой статистический или вероятностный эксперимент (будь то бросание монет или сбор сведений) не под силу провести в одиночку. Требуется «рабочая группа». Опыт преподавания показывает, что школьники обычно с удовольствием и интересом выполняют практические работы, связанные с опросами, систематизацией и обработкой полученных данных с помощью компьютера. Не меньший интерес вызывают вероятностные эксперименты.

Наибольшую ценность представляют вводимые понятия, сложившаяся система взглядов, её связь с окружающим миром. Другими словами, мы показываем, как и какими математическими понятиями и простейшими моделями описывается окружающий нас изменчивый мир. При таком подходе математические доказательства в начале обучения отступают на второй план. Статистика и теория вероятностей, будучи частью школьной математики, не нагружены большим числом алгебраических преобразований, но наполнены простым материалом, очень важным с точки зрения формирования мировоззрения школьника. Этот же материал должен способствовать повышению интереса учащихся к математике.

Материал теории вероятностей необходим, прежде всего, для формирования у учащихся функциональной грамотности — умения воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты.

Изложение теории вероятностей начинается со статистики. Обсуждается представление данных в виде таблиц и диаграмм; объясняется, как с помощью немногих числовых характеристик можно описать массивы данных. Изучая совокупности чисел, мы естественно приходим к понятию случайной изменчивости, подготавливая переход к изучению случайности, то есть к теории вероятностей.

Обсуждая вопросы статистики, авторы стремились в качестве учебного материала сообщать реальные сведения о народонаселении, об экономике и сельском хозяйстве

России, полагая, что знакомство с основными принципами сбора, анализа и представления данных об обществе и государстве приобщает школьников к общественным интересам. Одновременно обсуждаются различные данные, показывая, как статистика позволяет описывать мир, окружающий школьника, и явления в повседневной жизни. В этом же классе происходит знакомство с теорией графов, изучение которой будет продолжено в восьмом классе.

Статистическая часть курса отнесена к изучению в седьмом классе. Восьмой и девятый класс отведены для изучения теории вероятностей. В восьмом классе вводятся понятия случайного эксперимента, элементарных событий, событий и их вероятностей, объединения и пересечения событий, формулы сложения и умножения вероятностей, понятие о независимости экспериментов и событий.

В девятом классе изучаются случайные величины, их распределения и числовые характеристики — математическое ожидание и дисперсия. В эту часть курса включена и небольшая глава о комбинаторике. В 9 классе изучаются испытания Бернулли — одна из базовых схем теории вероятностей. Испытания Бернулли одновременно являются примером независимых испытаний, примером сложного случайного эксперимента и примером важной случайной величины — «числа успехов».

Вычисление математического ожидания и дисперсии для «числа успехов» дают нам возможность сформулировать один из основных законов теории вероятностей — закон больших чисел. Испытания Бернулли позволяют объяснить, как с помощью случайного выбора можно экспериментально изучать свойства больших совокупностей — выборочный метод исследования, а также объяснить статистическую основу социологических опросов, и какая при этом достигается точность выводов. Курс завершается законом больших чисел, который показывает одну из связей случайного с закономерным, одно из проявлений закономерности в случайном.

Особый акцент при изучении курса следует делать на прикладном характере предмета, развитии умений работать с данными, практических задачах и задачах из других учебных предметов. Это позволит сформировать необходимые навыки для выполнения заданий ОГЭ, ЕГЭ и международных исследований, для успешной жизни в современном цифровом мире и овладения современными профессиями.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Тематическое планирование учебных курсов и рекомендуемое распределение учебного времени для изучения отдельных тем, предложенные в настоящем пособии, надо рассматривать как примерные ориентиры в помощь составителю авторской рабочей программы и прежде всего учителю. Автор рабочей программы вправе увеличить или уменьшить предложенное число учебных часов на тему, чтобы углубиться в тематику, более заинтересовавшую учеников, или направить усилия на преодоление затруднений.

Допустимо также локальное перераспределение и перестановка элементов содержания внутри данного класса. Количество проверочных работ (тематический и итоговый контроль качества усвоения учебного материала) и их тип (самостоятельные и контрольные работы, тесты) остаются на усмотрение учителя.

Также учитель вправе увеличить или уменьшить число учебных часов, отведённых в Примерной рабочей программе на обобщение, повторение, систематизацию знаний обучающихся. Единственным, но принципиально важным критерием, является достижение результатов обучения, указанных в настоящей программе.

Представленное тематическое планирование реализует один из возможных подходов к распределению изучаемого материала по учебно-методическому комплексу, оно не носит обязательного характера и не исключает возможностей иного распределения содержания. В данном планировании представлено распределение часов из расчёта 1 урок в неделю в каждом классе.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

7 класс (не менее 34 ч)

Название раздела (темы)	Количество часов	Основное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Представление данных	7	Представление данных в таблицах. Практические вычисления по табличным данным. Извлечение и интерпретация табличных данных. Практическая работа «Таблицы». Графическое представление данных в виде круговых, столбиковых (столбчатых) диаграмм. Чтение и построение диаграмм. Примеры демографических диаграмм. Практическая работа «Диаграммы»	Осваивать способы представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство промышленной и сельскохозяйственной продукции, общественные и природные явления). Изучать методы работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов в ходе практических работ
Описательная статистика	8	Числовые наборы. Среднее арифметическое. Медиана числового набора. Устойчивость медианы. Практическая работа «Средние значения». Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах	Осваивать понятия: числовой набор, мера центральной тенденции (мера центра), в том числе среднее арифметическое, медиана. Описывать статистические данные с помощью среднего арифметического и медианы. Решать задачи. Изучать свойства средних, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практических работ. Осваивать понятия: наибольшее и наименьшее значения числового массива, размах. Решать задачи на выбор способа описания данных в соответствии с

			природой данных и целями исследования
Случайная изменчивость	6	Случайная изменчивость (примеры). Частота значений в массиве данных. Группировка. Гистограммы. Практическая работа «Случайная изменчивость»	Осваивать понятия: частота значений в массиве данных, группировка данных, гистограмма. Строить и анализировать гистограммы, подбирать подходящий шаг группировки. Осваивать графические представления разных видов случайной изменчивости, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы
Введение в теорию графов	4	Граф, вершина, ребро. Представление задачи с помощью графа. Степень (валентность) вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Цепь и цикл. Путь в графе. Представление о связности графа. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированных графах	Осваивать понятия: граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл. Осваивать понятия: путь в графе, эйлеров путь, обход графа, ориентированный граф. Решать задачи на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в ориентированных графах. Осваивать способы представления задач из курса алгебры, геометрии, теории вероятностей, других предметов с помощью графов (карты, схемы, электрические цепи, функциональные соответствия) на примерах
Вероятность и частота случайного события	4	Случайный опыт и случайное событие. Вероятность и частота события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей. Практическая работа «Частота выпадения орла»	Осваивать понятия: случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие. Изучать значимость маловероятных событий в природе и обществе на важных примерах (аварии, несчастные случаи, защита персональной информации, передача данных).

			Изучать роль классических вероятностных моделей (монета, игральная кость) в теории вероятностей. Наблюдать и изучать частоту событий в простых экспериментах, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы
Обобщение, контроль	5	Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события	Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных с помощью изученных характеристик. Обсуждать примеры случайных событий, маловероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека

8 класс (не менее 34 ч)

Название раздела (темы)	Количество часов	Основное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Повторение курса 7 класса	4	Представление данных. Описательная статистика. Случайная изменчивость. Средние числового набора. Случайные события. Вероятности и частоты. Классические модели теории вероятностей: монета и игральная кость	Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных с помощью изученных характеристик. Решать задачи на представление группированных данных и описание случайной изменчивости. Решать задачи на определение частоты случайных событий, обсуждение примеров случайных событий, маловероятных и практически

			достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека
Описательная статистика. Рассеивание данных	4	Отклонения. Дисперсия числового набора. Стандартное отклонение числового набора. Диаграммы рассеивания	Осваивать понятия: дисперсия и стандартное отклонение, использовать эти характеристики для описания рассеивания данных. Выдвигать гипотезы об отсутствии или наличии связи по диаграммам рассеивания. Строить диаграммы рассеивания по имеющимся данным, в том числе с помощью компьютера
Множества	4	Множество, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Графическое представление множеств	Осваивать понятия: множество, элемент множества, подмножество. Выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Использовать свойства: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Использовать графическое представление множеств при описании реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов и курсов
Вероятность случайного события	6	Элементарные события. Случайные события. Благоприятствующие элементарные события. Вероятности событий. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор. Практическая работа «Опыты с равновероятными элементарными событиями»	Осваивать понятия: элементарное событие, случайное событие как совокупность благоприятствующих элементарных событий, равновероятные элементарные события. Решать задачи на вычисление вероятностей событий по вероятностям элементарных событий случайного опыта. Решать задачи на вычисление

			вероятностей событий в опытах с равновозможными элементарными событиями, в том числе с помощью компьютера. Проводить и изучать опыты с равновозможными элементарными событиями (с использованием монет, игральных костей, других моделей) в ходе практической работы
Введение в теорию графов	4	Дерево. Свойства дерева: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер. Правило умножения	Осваивать понятия: дерево как граф без цикла, висячая вершина (лист), ветвь дерева, путь в дереве, диаметр дерева. Изучать свойства дерева: существование висячей вершины, единственность пути между двумя вершинами, связь между числом вершин и числом рёбер. Решать задачи на поиск и перечисление путей в дереве, определение числа вершин или рёбер в дереве, обход бинарного дерева, в том числе с применением правила умножения
Случайные события	8	Противоположное событие. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий. Несовместные события. Формула сложения вероятностей. Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимые события. Представление случайного эксперимента в виде дерева	Осваивать понятия: взаимно противоположные события, операции над событиями, объединение и пересечение событий, диаграмма Эйлера (Эйлера—Венна), совместные и несовместные события. Изучать теоремы о вероятности объединения двух событий (формулы сложения вероятностей). Решать задачи, в том числе текстовые задачи на определение вероятностей объединения и пересечения событий с

			помощью числовой прямой, диаграмм Эйлера, формулы сложения вероятностей. Осваивать понятия: правило умножения вероятностей, условная вероятность, независимые события дерево случайного опыта. Изучать свойства (определения) независимых событий. Решать задачи на определение и использование независимых событий. Решать задачи на поиск вероятностей, в том числе условных, с использованием дерева случайного опыта
Обобщение, контроль	4	Представление данных. Описательная статистика. Графы. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики	Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных с помощью изученных характеристик. Решать задачи с применением графов. Решать задачи на нахождение вероятности случайного события по вероятностям элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями. Решать задачи на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений и дерева случайного опыта. Решать задачи на перечисление комбинаций (числа перестановок, числа сочетаний), на нахождение вероятностей

			событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля
--	--	--	--

9 класс (не менее 34 ч)

Название раздела (темы)	Количество часов	Основное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Повторение курса 8 класса	4	Представление данных. Описательная статистика. Операции над событиями. Независимость событий	Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных. Решать задачи на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений и дерева случайного опыта. Решать задачи на перечисление комбинаций (числа перестановок, числа сочетаний), на нахождение вероятностей событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля
Элементы комбинаторики	4	Комбинаторное правило умножения. Перестановки. Факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. Практическая работа «Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных функций электронных таблиц»	Осваивать понятия: комбинаторное правило умножения, упорядоченная пара, тройка объектов, перестановка, факториал числа, сочетание, число сочетаний, треугольник Паскаля. Решать задачи на перечисление упорядоченных пар, троек, перечисление перестановок и сочетаний элементов различных множеств.

			Решать задачи на применение числа сочетаний в алгебре (сокращённое умножение, бином Ньютона). Решать, применяя комбинаторику, задачи на вычисление вероятностей, в том числе с помощью электронных таблиц в ходе практической работы
Геометрическая вероятность	4	Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности	Осваивать понятие геометрической вероятности. Решать задачи на нахождение вероятностей в опытах, представимых как выбор точек из многоугольника, круга, отрезка или дуги окружности, числового промежутка
Испытания Бернулли	6	Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Испытания Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Практическая работа «Испытания Бернулли»	Осваивать понятия: испытание, элементарное событие в испытании (успех и неудача), серия испытаний, наступление первого успеха (неудачи), серия испытаний Бернулли. Решать задачи на нахождение вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха, в том числе с применением формулы суммы геометрической прогрессии. Решать задачи на нахождение вероятностей элементарных событий в серии испытаний Бернулли, на нахождение вероятности определённого числа успехов в серии испытаний Бернулли. Изучать в ходе практической работы, в том числе с помощью цифровых ресурсов, свойства вероятности в серии испытаний

			Бернулли
Случайная величина	6	Случайная величина и распределение вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины. Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот. Применение закона больших чисел	Освоить понятия: случайная величина, значение случайной величины, распределение вероятностей. Изучать и обсуждать примеры дискретных и непрерывных случайных величин (рост, вес человека, численность населения, другие изменчивые величины, рассматривавшиеся в курсе статистики), модельных случайных величин, связанных со случайными опытами (бросание монеты, игральной кости, со случайным выбором и т. п.). Осваивать понятия: математическое ожидание случайной величины как теоретическое среднее значение, дисперсия случайной величины как аналог дисперсии числового набора. Решать задачи на вычисление математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины по заданному распределению, в том числе задач, связанных со страхованием и лотереями. Знакомиться с математическим ожиданием и дисперсией некоторых распределений, в том числе распределения случайной величины «число успехов» в серии испытаний Бернулли. Изучать частоту события в повторяющихся случайных опытах как случайную величину.

			Знакомиться с законом больших чисел (в форме Бернулли): при большом числе опытов частота события близка к его вероятности. Решать задачи на измерение вероятностей с помощью частот. Обсуждать роль закона больших чисел в обосновании частотного метода измерения вероятностей. Обсуждать закон больших чисел как проявление статистической устойчивости в изменчивых явлениях, роль закона больших чисел в природе и в жизни человека
Обобщение, контроль	10	Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики. Случайные величины и распределения	Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных. Решать задачи на нахождение вероятностей событий, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями, вероятностей объединения и пересечения событий, вычислять вероятности в опытах с сериями случайных испытаний

ПЛАНИРОВАНИЕ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Вероятность и статистика. 7 класс (34 ч)

Курсивом выделены темы, предназначенные для ознакомительного изучения. Они не включаются в итоговый контроль, могут быть исключены из мероприятий промежуточного контроля

	Тема	Количество часов	Предметное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Глава 1. Представление данных (7 ч)				
1	Таблицы. Упорядочивание данных и поиск информации.	2	Представление данных в таблицах. Практические вычисления по табличным данным. Извлечение и интерпретация табличных данных. Практическая работа «Таблицы». Графическое представление данных в виде круговых, столбиковых (столбчатых) диаграмм. Чтение и построение диаграмм. Примеры демографических диаграмм. Практическая работа «Диаграммы»	Осваивать способы представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство промышленной и сельскохозяйственной продукции, общественные и природные явления). Изучать методы работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов в ходе практических работ
2	Подсчёты и вычисления в таблицах	1		
3	Столбиковые диаграммы. Круговые диаграммы.	2		
4	<i>Возрастно-половые диаграммы</i>	1		
	Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 1	1	Темы §1—4	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
Глава 2. Описательная статистика (6 ч)				
5	Среднее арифметическое числового набора	1	Числовые наборы. Среднее арифметическое. Медиана числового	Осваивать понятия: числовой набор, мера центральной тенденции (мера

6	Медиана числового набора	2	набора. Устойчивость медианы. Практическая работа «Средние значения». Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах	центра), в том числе среднее арифметическое, медиана. Описывать статистические данные с помощью среднего арифметического и медианы. Решать задачи. Изучать свойства средних, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практических работ. Осваивать понятия: наибольшее и наименьшее значения числового массива, размах. Решать задачи на выбор способа описания данных в соответствии с природой данных и целями исследования
7	Наибольшее и наименьшее значение. Размах	1		
8	<i>Обозначения в статистике. Свойства среднего арифметического</i>	1		
	Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 2	1	Темы §5—8	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
Глава 3. Случайная изменчивость (7 ч)				
9	Примеры случайной изменчивости. Точность и погрешность измерений	1	Случайная изменчивость (примеры). Частота значений в массиве данных. Группировка. Гистограммы. Практическая работа «Случайная изменчивость»	Осваивать понятия: частота значений в массиве данных, группировка данных, гистограмма. Строить и анализировать гистограммы, подбирать подходящий шаг группировки. Осваивать графические представления разных видов случайной изменчивости, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы
10	Тенденции и случайные отклонения	1		
11	Частоты значений в массиве данных. <i>Связь между частотами и средним арифметическим</i>	2		
12	Группировка данных и гистограммы. Выборка. Рост человека	1		

13	Статистическая устойчивость и оценка с помощью выборки	1		
	Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 3	1	Темы §9—13	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
Глава 4. Введение в теорию графов (3 ч)				
14	Графы. Вершины и рёбра графа. Степень вершины.	1	Граф, вершина, ребро. Представление задачи с помощью графа. Степень (валентность) вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Цепь и цикл. Путь в графе. Представление о связности графа. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированных графах	Осваивать понятия: граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл. Осваивать понятия: путь в графе, эйлеров путь, обход графа, ориентированный граф. Решать задачи на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в ориентированных графах. Осваивать способы представления задач из курса алгебры, геометрии, теории вероятностей, других предметов с помощью графов (карты, схемы, электрические цепи, функциональные соответствия) на примерах
15	Пути в графе. Связный граф.	1		
16	Задача о Кенигсбергских мостах, эйлеровы пути и эйлеровы графы	1		
Глава 5. Логика (4 ч)				
17	Утверждения и высказывания. Отрицание	1	Истинность и ложность высказывания. Сложные и простые высказывания. Условные высказывания (импликации). Определение. Утверждения. Аксиомы и теоремы. Доказательство. Доказательство от противного. Теорема, обратная данной.	Оперировать понятиями: высказывание, истинность и ложность высказывания, сложные и простые высказывания, отрицание высказываний, условные высказывания (импликации).
18	Условные утверждения	1		
19	Обратные и равносильные утверждения. Признаки и свойства. Необходимые и	1		

	достаточные условия		Пример и контрпример.	Строить высказывания, отрицания высказываний, цепочки умозаключений на основе использования правил логики. Оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство; Приводить примеры и контрпримеры для подтверждения своих высказываний.
20	<i>Противоположные утверждения. Доказательство от противного.</i>	1		
Глава 6. Случайные опыты и случайные события (3 ч)				
21	Примеры случайных опытов и случайных событий. Вероятности и частоты событий	1	Случайный опыт и случайное событие. Вероятность и частота события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей. Практическая работа «Частота выпадения орла»	Осваивать понятия: случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие. Изучать значимость маловероятных событий в природе и обществе на важных примерах (аварии, несчастные случаи, защита персональной информации, передача данных). Изучать роль классических вероятностных моделей (монета, игральная кость) в теории вероятностей. Наблюдать и изучать частоту событий в простых экспериментах, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы
22	Монета и игральная кость в теории вероятностей. Как и зачем узнать вероятность события	1		
23	Вероятностная защита информации от ошибок	1		
Итоговое повторение и контроль (4 ч)				
	Итоговое повторение и обобщение.	3	Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события	Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и

				описание данных с помощью изученных характеристик. Обсуждать примеры случайных событий, маловероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека
	Итоговая контрольная работа	1	Повторение и обобщение основных понятий и методов курса 7 класса	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения

Вероятность и статистика. 8 класс (34 ч)

	Тема	Количество часов	Предметное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Повторение курса 7 класса (3 ч)				
	Повторение по темам «Представление данных», «Описательная статистика», «Случайная изменчивость», «Введение в теорию графов», «Логика», «Случайные опыты и случайные события»	3	Представление данных. Описательная статистика. Случайная изменчивость. Средние числового набора. Случайные события. Вероятности и частоты. Классические модели теории вероятностей: монета и игральная кость	Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных с помощью изученных характеристик. Решать задачи на представление группированных данных и описание случайной изменчивости. Решать задачи на определение частоты случайных событий, обсуждение примеров случайных событий, маловероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека

Глава 7. Множества (5 ч)				
24	Множество, подмножество, примеры множеств	1	Множество, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Графическое представление множеств	Осваивать понятия: множество, элемент множества, подмножество. Выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Использовать свойства: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Использовать графическое представление множеств при описании реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов и курсов
25	Операции над множествами. Диаграммы Эйлера	2		
26	Множества решений неравенств и систем	1		
27	Правило умножения	1		
Глава 8. Математическое описание случайных событий (5 ч)				
28	Случайные опыты и элементарные события. Вероятности элементарных событий. Равновозможные элементарные события	1	Элементарные события. Случайные события. Благоприятствующие элементарные события. Вероятности событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Случайный выбор. Практическая работа «Опыты с равновозможными элементарными событиями»	Осваивать понятия: элементарное событие, случайное событие как совокупность благоприятствующих элементарных событий, равновозможные элементарные события. Решать задачи на вычисление вероятностей событий по вероятностям элементарных событий случайного опыта. Решать задачи на вычисление вероятностей событий в опытах с равновозможными элементарными событиями, в том числе с помощью компьютера. Проводить и изучать опыты с
29	Благоприятствующие элементарные события	1		
30	Вероятности событий	1		
31	Опыты с равновозможными элементарными событиями	1		

				равновозможными элементарными событиями (с использованием монет, игральных костей, других моделей) в ходе практической работы
	Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 1	1	Темы §24—31	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
Глава 9. Описательная статистика. Рассеивание данных (4 ч)				
32	Рассеивание числовых данных и отклонения	1	Отклонения. Дисперсия числового набора. Стандартное отклонение числового набора. Диаграммы рассеивания	Осваивать понятия: дисперсия и стандартное отклонение, использовать эти характеристики для описания рассеивания данных. Выдвигать гипотезы об отсутствии или наличии связи по диаграммам рассеивания. Строить диаграммы рассеивания по имеющимся данным, в том числе с помощью компьютера
33	Дисперсия числового массива. <i>Обозначения и формулы</i>	1		
34	<i>Стандартное отклонение числового набора</i>	1		
35	<i>Диаграммы рассеивания</i>	1		
Глава 10. Введение в теорию графов (3 ч)				
36	Деревья.	1	Дерево. Свойства дерева: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер. Правило умножения	Осваивать понятия: дерево как граф без цикла, висячая вершина (лист), ветвь дерева, путь в дереве, диаметр дерева. Изучать свойства дерева: существование висячей вершины, единственность пути между двумя вершинами, связь между числом вершин и числом рёбер. Решать задачи на поиск и перечисление путей в дереве, определение числа вершин или рёбер в
37	<i>Свойства дерева.</i>	1		
38*	Дерево случайного эксперимента	1		

				дереве, обход бинарного дерева, в том числе с применением правила умножения
Глава 11. Математические рассуждения (3 ч)				
39	Логические союзы «и» и «или».	1	Сложные и простые высказывания. Операции над высказываниями с использованием логических связок: и, или, не.	Выполнять операции над высказываниями: и, или, не. Строить высказывания, отрицания высказываний, цепочки умозаключений на основе использования правил логики.
40	Отрицание сложных утверждений	1		
	Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 2	1	Темы §32—40	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
Глава 12. Операции над случайными событиями (4 ч)				
41	Определение случайного события. Взаимно противоположные случайные события	1	Противоположное событие. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий. Несовместные события. Формула сложения вероятностей.	Осваивать понятия: взаимно противоположные события, операции над событиями, объединение и пересечение событий, диаграмма Эйлера (Эйлера—Венна), совместные и несовместные события. Изучать теоремы о вероятности объединения двух событий (формулы сложения вероятностей). Решать задачи , в том числе текстовые задачи на определение вероятностей объединения и пересечения событий с помощью числовой прямой, диаграмм Эйлера, формулы сложения вероятностей.
42	Объединение и пересечение событий. Несовместные события	1		
43	Формула сложения вероятностей. Решение задач при помощи координатной прямой.	2		
Глава 13. Условная вероятность и независимые события (4 ч)				

44	Условная вероятность и правило умножения вероятностей	1	Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимые события. Представление случайного эксперимента в виде дерева	Осваивать понятия: правило умножения вероятностей, условная вероятность, независимые события дерево случайного опыта. Изучать свойства (определения) независимых событий. Решать задачи на определение и использование независимых событий. Решать задачи на поиск вероятностей, в том числе условных, с использованием дерева случайного опыта
45	Дерево случайного опыта	1		
46	Независимые события	1		
47	Об ошибке Эдгара По	1		
Итоговое повторение и контроль (3 ч)				
	Итоговое повторение и обобщение	2	Представление данных. Описательная статистика. Графы. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики	Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных с помощью изученных характеристик. Решать задачи с применением графов. Решать задачи на нахождение вероятности случайного события по вероятностям элементарных событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями. Решать задачи на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений и дерева случайного опыта.

				Решать задачи на перечисление комбинаций (числа перестановок, числа сочетаний), на нахождение вероятностей событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля
	Итоговая контрольная работа	1	Повторение и обобщение основных понятий и методов курса 8 класса	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения

Вероятность и статистика. 9 класс (34 ч)

	Тема	Количество часов	Предметное содержание	Характеристика деятельности обучающихся
Повторение курса 8 класса (4 ч)				
	Повторение по темам «Представление данных», «Описательная статистика», «Операции над событиями», «Независимость событий», «Элементы комбинаторики», «Элементы теории множеств»		Представление данных. Описательная статистика. Операции над событиями. Независимость событий	Повторять изученное, и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных. Решать задачи на нахождение вероятностей объединения и пересечения событий, в том числе независимых, с использованием графических представлений и дерева случайного опыта. Решать задачи на перечисление комбинаций (числа перестановок, числа сочетаний), на нахождение вероятностей событий с применением комбинаторики, в том числе с использованием треугольника Паскаля

Глава 14. Элементы комбинаторики (4 ч)				
48	Комбинаторное правило умножения.	1	Комбинаторное правило умножения. Перестановки. Факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. Практическая работа «Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных функций электронных таблиц»	Осваивать понятия: комбинаторное правило умножения, упорядоченная пара, тройка объектов, перестановка, факториал числа, сочетание, число сочетаний, треугольник Паскаля. Решать задачи на перечисление упорядоченных пар, троек, перечисление перестановок и сочетаний элементов различных множеств. Решать задачи на применение числа сочетаний в алгебре (сокращённое умножение, бином Ньютона). Решать, применяя комбинаторику, задачи на вычисление вероятностей, в том числе с помощью электронных таблиц в ходе практической работы
49	Перестановки. Факториал.	1		
50	Число сочетаний. Треугольник Паскаля	2		
Глава 15. Геометрическая вероятность (4 ч)				
51	Выбор точки из фигуры на плоскости.	2	Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности	Осваивать понятие геометрической вероятности. Решать задачи на нахождение вероятностей в опытах, представимых как выбор точек из многоугольника, круга, отрезка или дуги окружности, числового промежутка
52	<i>Выбор точки из отрезка и дуги окружности</i>	1		
	Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 1	1	Темы §48—52	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
Глава 16. Испытания Бернулли (6 ч)				

53	Успех и неудача. Испытания до первого успеха.	2	Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Испытания Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Практическая работа «Испытания Бернулли»	Осваивать понятия: испытание, элементарное событие в испытании (успех и неудача), серия испытаний, наступление первого успеха (неудачи), серия испытаний Бернулли. Решать задачи на нахождение вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха, в том числе с применением формулы суммы геометрической прогрессии. Решать задачи на нахождение вероятностей элементарных событий в серии испытаний Бернулли, на нахождение вероятности определённого числа успехов в серии испытаний Бернулли. Изучать в ходе практической работы, в том числе с помощью цифровых ресурсов, свойства вероятности в серии испытаний Бернулли
54	Серия испытаний Бернулли	1		
55	Число успехов в испытаниях Бернулли	1		
56	<i>Вероятности событий в испытаниях Бернулли</i>	2		

Глава 17. Случайные величины (6 ч)

57	Примеры случайных величин. <i>Распределение вероятностей случайной величины</i>	1	Случайная величина и распределение вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины. Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот. Применение закона больших чисел	Освоить понятия: случайная величина, значение случайной величины, распределение вероятностей. Изучать и обсуждать примеры дискретных и непрерывных случайных величин (рост, вес человека, численность населения, другие изменчивые величины, рассматриваемые в курсе
58	<i>Математическое ожидание случайной величины</i>	2		
59	<i>Дисперсия и стандартное отклонение</i>	1		
60	<i>Математическое ожидание, дисперсия числа успехов и частоты успеха в серии</i>	1		

	<i>испытаний Бернулли</i>			статистики), модельных случайных величин, связанных со случайными опытами (бросание монеты, игральной кости, со случайным выбором и т. п.). Осваивать понятия: математическое ожидание случайной величины как теоретическое среднее значение, дисперсия случайной величины как аналог дисперсии числового набора. Решать задачи на вычисление математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины по заданному распределению, в том числе задач, связанных со страхованием и лотереями. Знакомиться с математическим ожиданием и дисперсией некоторых распределений, в том числе распределения случайной величины «число успехов» в серии испытаний Бернулли. Изучать частоту события в повторяющихся случайных опытах как случайную величину. Знакомиться с законом больших чисел (в форме Бернулли): при большом числе опытов частота события близка к его вероятности. Решать задачи на измерение вероятностей с помощью частот. Обсуждать роль закона больших чисел в обосновании частотного
61	<i>Закон больших чисел и его применение</i>	1		

				метода измерения вероятностей. Обсуждать закон больших чисел как проявление статистической устойчивости в изменчивых явлениях, роль закона больших чисел в природе и в жизни человека
	Повторение и промежуточный контроль. Контрольная работа № 2		Темы §53—61	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения
Итоговое повторение и контроль (10 ч)				
	Итоговое повторение и обобщение материала по всем темам курса 7—9 классов		Представление данных. Описательная статистика. Вероятность случайного события. Элементы комбинаторики. Случайные величины и распределения	Повторять изученное и выстраивать систему знаний. Решать задачи на представление и описание данных. Решать задачи на нахождение вероятностей событий, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, вероятностей объединения и пересечения событий, вычислять вероятности в опытах с сериями случайных испытаний
	Итоговая контрольная работа за курс 7—9 классов		Повторение и обобщение основных понятий и методов курса 7—9 классов	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения

Учебное издание

**МАТЕМАТИКА
ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА**

7—9 классы
Базовый уровень

Методическое пособие к предметной линии
учебников по вероятности и статистике
И. Р. Высоцкого, И. В. Яценко под ред. И. В. Яценко

Центр математики
Ответственный за выпуск *М. В. Кузнецова*
Редактор *М. В. Кузнецова*

Подписано в печать 03.02.2023. Формат 60 × 90/16.
Гарнитура «Школьная». Усл. печ. л. 3.
Тираж экз. Заказ №

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».
Российская Федерация,
127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская,
д. 16, стр. 3, этаж 4, помещение 1.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — vopros@prosv.ru